INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

| | |
|---|---|
| **Škola:** | **Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9** |
| **Projekt MŠMT ČR:** | **EU PENÍZE ŠKOLÁM** |
| **Číslo projektu:** | **CZ.1.07/1.5.00/34.0536** |
| **Název projektu školy:** | **Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice** |
| **Šablona  III/2:** | **Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT** |
| | |
| **Číslo šablony:** | VY_32_INOVACE_MAT_418 |
| **Předmět:** | Matematika |
| **Tematický okruh:** | Rovnice, nerovnice a jejich soustavy |
| **Autor, spoluautor:** | Mgr. Jiří Domin |
| **Název DUMu:** | Kvadratické nerovnice |
| **Pořadové číslo DUMu:** | 18 |
| **Stručná anotace:** | |
| Prezentace obsahuje základní typy kvadratických nerovnic | |
| Ročník: | 1. |
| Obor vzdělání: | 63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch |
| Metodický pokyn: | Žáci použijí poslední snímek k ověření  vyloženého učiva |
| Výsledky vzdělávání: | Žák bezchybně řeší základní  kvadratické nerovnice. |
| Vytvořeno dne: | 29.4.2013 |
| Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora. | |

## ***Kvadratická nerovnice***

Každou nerovnici lze ekvivalentními úpravami převést na tvar :

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

kde $a \neq 0$; $b, c \in R$

## POSTUP ŘEŠENÍ:

Řešíme podobně jako běžnou kvadratickou rovnici

- vypočítáme *diskriminant D*

**D > 0**

Dostaneme 2 reálné kořeny, které jsou vlastně nulové body
Zaneseme je na číselnou osu, vytvoříme 3 intervaly
Podle znaménka nerovnosti je interval otevřený (< > ) nebo uzavřený (≤ ≥).

Dále řešíme úlohu stejně jako u nerovnice v součinovém tvaru. Určíme znaménka + nebo – pro daný interval a vybereme ten s požadovaným znaménkem.

**D = 0**

Dostaneme 1 dvojnásobný kořen, který je vlastně nulovým bodem.
Zaneseme jej na číselnou osu, vytvoříme 2 intervaly.
Nerovnice má buď nekonečně mnoho řešení nebo nemá řešení.
Pokud nejsou v nerovnici znaménka ≤ ≥, musíme nulový bod ze řešení vyjmout.

**D < 0**
Rovnice nemá žádný kořen.
Nerovnice má buď nekonečně mnoho řešení nebo nemá řešení.

<u>Příklad 1)</u>

$x^2 + x - 12 < 0$

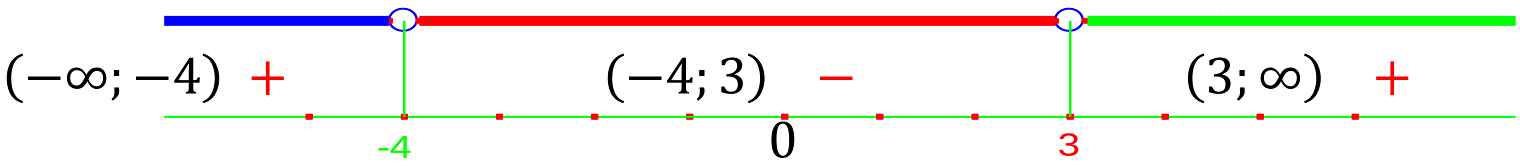
Řešíme jako rovnici:

$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49 \Rightarrow \sqrt{D} = 7$

$$x_{1;2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 7}{2} = \frac{6}{2} = 3 \qquad x_2 = \frac{-1 - 7}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Hodnoty $x_1 = 3$ a $x_2 = -4$ jsou nulové body. Zaneseme je na číselnou osu a určíme znaménka




Závěr:

Řešením nerovnice $x^2 + x - 12 < 0$ je množina všech čísel, kde je znaménko mínus, protože hledáme čísla menší než 0, tj. čísla záporná. To je v obrázku interval označený červeně. Výsledek je tedy:

$$\boldsymbol{x \in (-4; 3)}$$

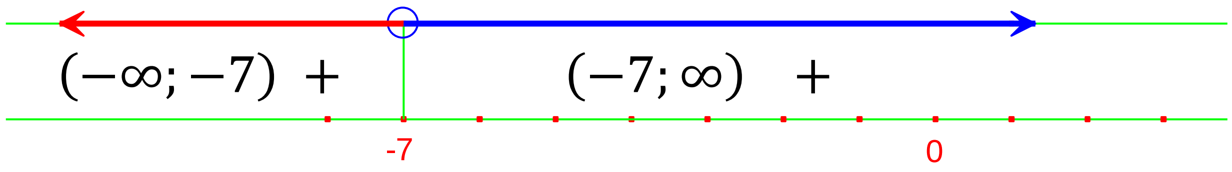
Příklad 2)

$$x^2 + 14x + 49 > 0$$

$$D = 14^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = 196 - 196 = 0$$

$$x_{1;2} = \frac{-b}{2a} = \frac{-14}{2 \cdot 1} = \frac{-14}{2} = -7$$

Pro číslo -7 má výraz $x^2 + 14x + 49$ hodnotu 0.




V obou intervalech má výraz kladnou hodnotu ( větší než 0).

Z toho vyplývá, že nerovnice má nekonečně mnoho řešení, kromě čísla -7.

Závěr: $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R} - \{-\mathbf{7}\}$

Poznámka:
Pokud by nerovnice byla ve tvaru $x^2 + 14x + 49 \geq 0$ byla by řešením celá množina R.

Příklad 3)

$x^2 - 2x + 3 \leq 0$
$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 4 - 12 = -8$
$\Rightarrow rovnice\ nemá\ v\ R\ řešení$

Zvolíme náhodně libovolné číslo ( nejlépe 0 ) a dosadíme do nerovnice. Po určení hodnoty výrazu mohou nastat 2 možnosti:

1) dostaneme pravdivé tvrzení ⇒ nerovnice má nekonečně mnoho řešení

$$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}$$

2) dostaneme nepravdivé tvrzení ⇒ nerovnice nemá řešení

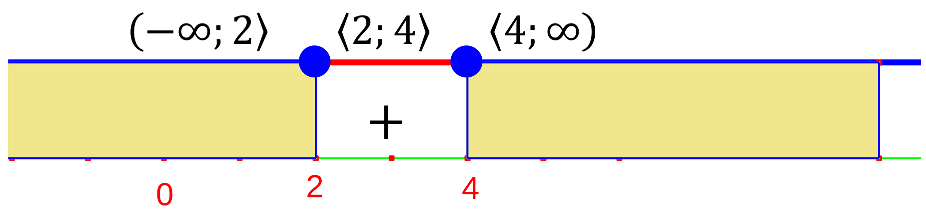
$$\boldsymbol{x} \in \emptyset$$

V naší úloze $x^2 - 2x + 3 \leq 0$ dosadíme $x = 0$ a dostaneme:

$$0^2 - 2 \cdot 0 + 3 \leq 0$$
$$3 \leq 0\ nepravda$$
$$\Rightarrow \boldsymbol{x} \in \emptyset$$

Příklad 4)

$$(2-3x)-(x-1) \geq -4-(x-1)^2$$
$$2-3x-x+1 \geq -4-(x^2-2x+1)$$
$$3-4x \geq -4-x^2+2\mathrm{x}-1$$
$$0 \geq -x^2+6\mathrm{x}-8$$
$$D = 6^2-4\cdot(-1)\cdot(-8) = 36-32 = 4 \Rightarrow \sqrt{D} = 2$$
$$x_{1;2} = \frac{-6\pm 2}{2\cdot(-1)} = \frac{-6\pm 2}{-2}$$
$$x_1 = \frac{-6+2}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2 \qquad x_2 = \frac{-6-2}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$




Závěr:

$$\boldsymbol{x} \in (-\infty; \mathbf{2}\rangle \cup \langle \mathbf{4}; \infty)$$

## Příklady na procvičení:

*1)* $x^2 - 5x + 6 < 0$ $[x \in (2;3)]$

*2)* $3x^2 + 5x > 0$ $\left[x \in \left(-\infty; -\frac{5}{3}\right) \cup (0;\infty)\right]; návod: vytknout\ x$

*3)* $4x - 4x^2 - 5 > 0$ $x \in \emptyset;\ návod: trojčlen\ nejprve\ uspořádat$

*4)* $5x - x^2 - 6{,}25 \geq 0$ $x \in \left\{\frac{5}{2}\right\}; návod: trojčlen\ nejprve\ uspořádat$

*5)* $(2x-2)^2 - 3x(x-3) \leq 19 - x$ $x \in \langle -5; 3 \rangle$